Geometría I

Examen VIII

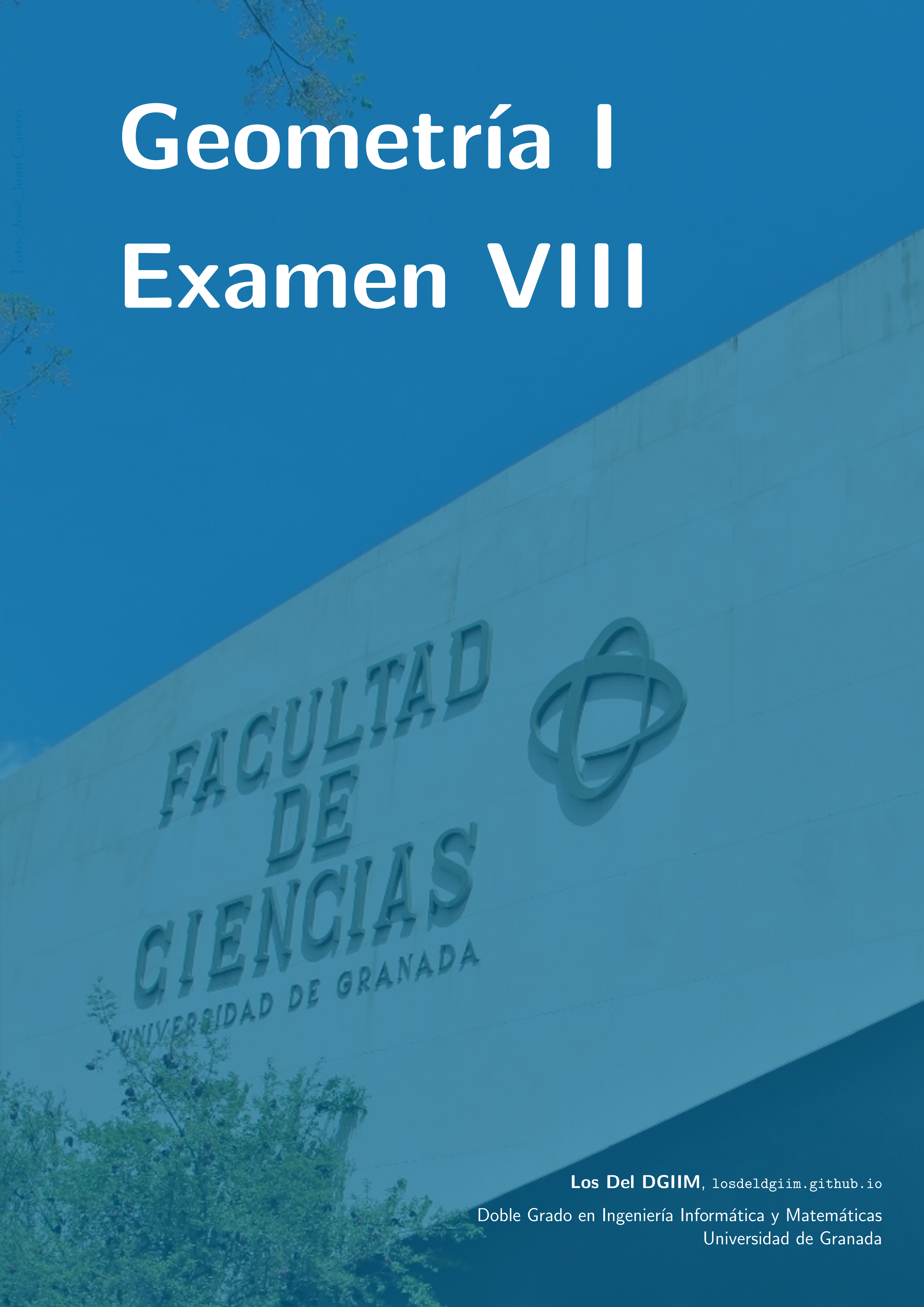

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Universidad de Granada

Geometría I
Examen VIII

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría I.

Curso Académico 2023-24.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Ana María Hurtado Cortegana y Antonio Ros Mulero.

Descripción Parcial 1. Temas 1 y 2.

Fecha 5 de diciembre de 2023.

Duración 1 hora y 45 minutos.

Ejercicio 1 (3 puntos)**.** Para cada $a \in \mathbb{R}$ discutir el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1, \\ x + ay + z &= 0, \\ x - y - az &= 1 + a. \end{aligned}$$

Resolverlo para $a = 2$.

Ejercicio 2 (2 puntos)**.**

1. Calcular el determinante de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Sean A, B dos matrices cuadradas de orden 3 tales que $AB + BA = 0$. Demostrar que si $\det A \neq 0$ entonces $\det B = 0$.

Ejercicio 3 (2 puntos)**.** Decidir razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

1. Sea V espacio vectorial finitamente generado. Todo subespacio vectorial U de V tiene un subespacio complementario.

2. En $\mathbb{R}^2$ se consideran la suma de elementos coordenada a coordenada y el producto por escalares reales

$$\lambda * (x, y) = (\lambda x, y),$$

para todo $\lambda \in \mathbb{R}$ y $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Con estas operaciones $\mathbb{R}^2$ es un espacio vectorial real.

Ejercicio 4 (3 puntos)**.** Consideremos en $\mathbb{R}^4$ los siguientes subespacios vectoriales:

$$\begin{aligned} U_1 &= \mathcal{L}\{(1, -1, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (2, 1, 3, 2)\}, \\ U_2 &= \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid -y + t = 0,\ x + z + t = 0\}. \end{aligned}$$

Calcular la dimensión y una base de U_1, U_2, $U_1 \cap U_2$, y $U_1 + U_2$. ¿Se cumple que $\mathbb{R}^4 = U_1 \oplus U_2$?